

Ejercicio resuelto

Sistemas de ecuaciones lineales de 3×3

Una productora vendió boletos para un concierto en tres zonas: oro, plata y general. Se sabe que en total se vendieron 420 boletos y que la cantidad de boletos de zona oro y plata juntos es el doble de los de zona general. Mientras que los boletos de zona plata son 40 más que los de zona oro. ¿Cuántos boletos se vendieron en cada zona?

Solución

O = número de boletos zona oro

P = número de boletos zona plata

G = número de boletos zona general

Total de boletos:

$$O + P + G = 420$$

Oro y plata juntos son el doble de general:

$$O + P = 2G \rightarrow O + P - 2G = 0$$

Los boletos de plata son 40 más que los de oro:

$$P = O + 40 \rightarrow -O + P = 40$$

El sistema por resolver es:

$$O + P + G = 420$$

$$O + P - 2G = 0$$

$$-O + P = 40$$

En primer lugar, calculamos el determinante de la matriz de coeficientes $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (1 \cdot 1 \cdot 0) + (1 \cdot -2 \cdot -1) + (1 \cdot 1 \cdot 1) - (1 \cdot 1 \cdot -1) - (1 \cdot -2 \cdot 1) - (1 \cdot 1 \cdot 0) \\ = 0 + 2 + 1 + 1 + 2 - 0 = 6$$

Como $D \neq 0$, el sistema tiene solución única. Procedemos a calcular D_O , D_P y D_G :

$$D_O = \begin{vmatrix} 420 & 1 & 1 & 420 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 40 & 1 & 0 & 40 & 1 \end{vmatrix} = (420 \cdot 1 \cdot 0) + (1 \cdot -2 \cdot 40) + (1 \cdot 0 \cdot 1) - (1 \cdot 1 \cdot 40) - (420 \cdot -2 \cdot 1) - (1 \cdot 0 \cdot 0) \\ = 0 - 80 + 0 - 40 + 840 - 0 = 720$$

$$D_P = \begin{vmatrix} 1 & 420 & 1 & 1 & 420 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 40 & 0 & -1 & 40 \end{vmatrix} = (1 \cdot 0 \cdot 0) + (420 \cdot -2 \cdot -1) + (1 \cdot 1 \cdot 40) - (1 \cdot 0 \cdot -1) \\ - (1 \cdot -2 \cdot 40) - (420 \cdot 1 \cdot 0) \\ = 0 + 840 + 40 - 0 + 80 - 0 = 960$$

$$D_G = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 420 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 40 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (1 \cdot 1 \cdot 40) + (1 \cdot 0 \cdot -1) + (420 \cdot 1 \cdot 1) - (420 \cdot 1 \cdot -1) \\ - (1 \cdot 0 \cdot 1) - (1 \cdot 1 \cdot 40) \\ = 40 + 0 + 420 + 420 - 0 - 40 = 840$$

Finalmente, la solución es:

$$O = \frac{720}{6} = 120 \quad P = \frac{960}{6} = 160 \quad G = \frac{840}{6} = 140$$

Se vendieron 120 boletos zona oro, 160 zona plata y 140 zona general.